When does the volume formula make sense to students?*

Sinan OLKUN**

ABSTRACT. The purpose of this study was to investigate 4, 5, 6, and 7th grade students' success and their strategies while they engaged in finding the number of small cubes in rectangular solids. A total of 314 students, from 3 different school sites participated in the study. Students were presented pictorial rectangular solids of different sizes and asked to find the number of unit cubes in them and write their solution strategies. Data were analyzed using statistical techniques. Results showed that many students, even at 7th grade had difficulty in finding the number of unit cubes in rectangular prisms. Implications for mathematics education at the elementary level were discussed.

Key Words: volume formula, unit cube, volume

SUMMARY

Purpose and significance*:* This study investigated middle elementary grade students' success, and strategies in finding the number of unit cubes contained in rectangular solids made of small cubes. Finding the number of small cubes in rectangular arrays is believed to provide the cognitive framework for understanding of the measurement of volume and the volume formula.

Methods*:* A total of 314 students, from 3 different school sites participated in the study. Students were presented pictorial rectangular solids of different sizes and asked to find the number of unit cubes in each building and explain how they find the answers. Students' strategies are categorized based on Battista & Clements's (1996) study. After quantifying the data they were analyzed using statistical techniques.

Results*:* Results showed that students' success in finding the number of small cubes in rectangular buildings increased parallel to their socioeconomic status. This difference is statistically significant, $F(2, 311) = 3.871$, $p<.022$. Students' success also increased parallel to their grade level. Non significant differences favoring boys were obtained. Students' success decreased while the complexity of the buildings increased. Complexity increased with the sizes of the buildings in three dimensions. Sophistication in student strategies increased with their grade level. Many students, even at 7th grade had difficulty in finding the number of unit cubes in rectangular prisms.

Discussion and Conclusions: This study clearly showed that many students are not ready to understand the volume formula yet even at the 7th grade. However, many students used very sophisticated strategies even at fourth grade. There also are many differences in students' understanding of rectangular solids made of small cubes as evidenced in their strategies. Based on the findings of this study and related literature, it can be said that students need ample experiences with relevant concrete materials before the formal introduction of volume formula. Otherwise, it does not make any sense to students why the three numbers are being multiplied. Students should be able to discover and understand the spatial structure of the buildings based on columns and layer in order to be able to invent or even understand the volume formula. The purpose should not be to teach the volume formula but to stimulate students to use even more sophisticated strategies to find the number of cubes in rectangular buildings. They will be able to discover the volume formula by themselves after they structure the buildings in regular patterns such as columns and layers in their minds.

* This article has been published in *Hacettepe University Journal of Faculty of Education*, *25.* 160-165.

** Assoc. Prof. Dr. Sinan OLKUN, Ankara University, sinanolkun@gmail.com

Öğrencilere Hacim Formülü Ne Zaman Anlamlı Gelir?

Sinan OLKUN[**]

ÖZ. Bu araştırmanın amacı ilköğretim 4-5-6 ve 7. sınıf öğrencilerinin küçük küplerden yapılmış dikdörtgen prizmaları içindeki birim küp sayılarını bulmaktaki başarılarını ve bulurken ne gibi stratejiler kullandıklarını incelemektir. Araştırmaya üç değişik okulun anılan sınıflarından toplam 314 öğrenci katılmıştır. Öğrencilere küçük küplerden yapılmış çeşitli boyutlarda prizmalar çizim olarak sunulmuş ve öğrencilerden prizmaların içlerindeki birim küp sayılarını bulmaları istenmiştir. Veriler istatistikî yöntemlerle analiz edilmiştir. Bulgular, çoğu öğrencinin 7. sınıfta bile prizmalar içerisindeki birim küp sayılarını bulmakta zorlandıklarını ortaya çıkarmıştır. İlköğretimde matematik eğitimi açısından doğurgular tartışılmaktadır.

Anahtar Sözcükler: hacim formülü, birim küp, hacim

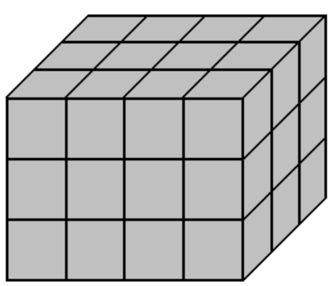
GİRİŞ

Son yıllarda matematik eğitimindeki gelişmeler, öğrencilere çok miktarda matematiksel formül ve kuralın ezberletilmesi veya hazır verilmesinden çok onların bu formül ve kuralları kendilerinin bulmasına ve temel kavramları kendilerinin oluşturabilmesine olanak sağlayacak etkinliklerle matematik öğretimini ön plana çıkarmaktadır. Hacim kavramının oluşturulması ve hacim formülünün anlaşılması da bu yaklaşımla ele alınması gereken konulardan birisidir.

Birim küplerden yapılmış dikdörtgenler prizmalarını (bkz. Şekil 1) oluşturan birim küplerin sayılarının bulunması esnasında yapılan çabalar ve kullanılan akıl yürütmenin, (1) hacim formülünün anlamlandırılması ve (2) hacim ölçümünün anlaşılmasındaki bilişsel çerçeveyi oluşturduğu (Battista ve Clements, 1998; Geddes ve Fortunato, 1993) kabul edilmektedir. Ancak, yapılan araştırmalar ilköğretim (Battista ve Clements, 1996; Ben-Chaim, Lappan, Houang, 1985) hatta ortaöğretim (Hirstein, 1981) öğrencilerinin küçük küplerden yapılmış dikdörtgenler prizmaları içerisindeki birim küp sayılarını bulmada güçlükler yaşadıklarını göstermektedir.

Soru: Aşağıdaki prizmada kaç tane birim (küçük) küp vardır? ....

Küp sayılarını nasıl bulduğunuzu açıklayınız. ....



Şekil 1. Birim küplerden yapılmış bir dikdörtgenler prizması

[**] Doç. Dr., Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, sinanolkun@gmail.com

Çeşitli yaşlardaki öğrencilerin prizmalar içerisindeki birim küpleri bulurken ne gibi hatalar yaptıklarına ilişkin bir araştırmada Hirstein (1981), öğrencilerin "görünen küpler ya da küp yüzeyleri ile ilgili" hatalar yaptıkları bulgusundan hareketle, onların hacim ve yüzey alanını karıştırdıklarını iddia etmiştir. Ben-Haim, Houang ve Lappan (1985) öğrencilerin prizmanın kenar ve köşelerindeki küpleri bazen iki bazen de daha çok kere saydıklarını fark etmişlerdir. Bu araştırmacılar, öğrencilerin çizim olarak sunulan prizmaları doğru anlayamadıkları, yani onları uygun şekilde görselleştiremedikleri sonucuna varmışlardır. Ayrıca araştırmalarında somut küplerden yapılmış prizmaları kullanmamışlardır. Battista ve Clements (1996) hem somut küpler hem de çizim kullanarak yaptıkları araştırmada ilköğretim öğrencilerinin her iki durumda da benzer stratejiler kullandıklarını ve benzer hataları yaptıklarını bulmuşlardır. Böylece eski araştırmacıların aksine, onlar öğrencilerin hatalarının yanlış uzamsal yapılandırmadan kaynaklandığını iddia etmişlerdir. Uzamsal yapılandırmayı ise;

a) "Birim oluşturma,
b) Birimler arası ilişkiler oluşturma ve
c) Oluşturulan bu yeni bileşik birimleri uygun şekilde öteleyerek tüm yapıyı oluşturma süreci" (s.282) olarak tanımlamışlardır.

Ayrıca öğrencilerin bu aşamalardan geçerken prizmaları, önce *bir küme yüzey* gibi, üç boyutluluğu kısmen oluşturduktan sonra *bir küme küp* gibi ve nihayet büyük yapıyı zihinlerinde oluşturduklarında ise *organize küpler* gibi algılayabilmeye başladıklarını ve bunlara uygun olmak üzere üç değişik kavramsallaştırma geliştirdiklerini ortaya çıkarmışlardır (bkz Tablo 1). Dolayısıyla, ancak organize küpler kavramsallaştırmasını gerçekleştirmiş öğrencilerin hacim formülünü anlayabileceğini iddia etmişlerdir. Zira sadece bu öğrencilerin bütüne uygun zihinsel modeli oluşturabilmiş oldukları görünmektedir.

Tablo 1. *Öğrencilerin birim küplerden oluşan dikdörtgen prizmaları kavramsallaştırmaları*

Tip	Kavramsallaştırma	Kullanılan birim	Bütünü yapılandırma
C	Bir küme yüzey	Küp yüzeyleri	Yüzeylere dayalı
B	Bir küme küp	Bireysel küpler	Kısmi veya yerel
A	Organize küpler	Küp, satır, sütun ve katmanlar	Bütünsel

Peki, öğrenciler uygun uzamsal yapılandırmayı nasıl başaracaklar? Bir diğer deyişle, ilkel bir kavramsallaştırmadan daha gelişmiş bir kavramsallaştırmaya nasıl geçecekler? Olkun (1999), yaptığı araştırmada üç aşamalı deneysel bir model kullanmıştır**.** Birinci aşamada, öğrencilere değişik boyutlarda hem somut küplerden yapılmış prizmalar hem de bu prizmaların çizimlerini ayrı ayrı sunarak onlardan prizmalardaki küp sayılarını bulmalarını istemiştir. Öğrencilerin, (1) çizim durumlarına oranla somut cisim durumlarında ve (2) üç boyutta çok sayıda küp içeren prizmalara oranla da az sayıda küp içeren prizmalarda daha gelişmiş stratejiler kullandıkları ortaya çıkmıştır.

Öğrencilerin okul içi ve okul dışı çeşitli paylaşım etkinlikleri yaptıkları ve bu nedenle sezgi ve deneyimden gelen bilgilerini daha iyi kullanabildikleri önceki araştırmalarla (Empson, 1995) belirlenmiştir. Bu bulgulardan hareketle Olkun (1999) araştırmasının ikinci aşamasında, öğrencilere *eşit paylaşım* bağlamını kullanan etkinlikler sunmuştur. Eşit paylaşım bağlamı, öğrencilerin birim küplerden oluşan dikdörtgenler prizmalarını bir bina gibi düşünmelerini ve 2 veya ikiden çok kişi arasında nasıl eşit paylaşılabileceğini konu etmektedir. Bu etkinliklerde de yine hem somut küplerden yapılmış prizmaları, hem de onların çizimlerini kullanmıştır. Ancak bu kez etkinlikler önceki bulguların ışığında basitten karmaşığa olacak şekilde düzenlenmiştir. Öğrencilerin, dikdörtgenler prizmaları içindeki küpleri bulurken geliştirdikleri benzer kavramsallaştırmaları prizmaların eşit paylaşımı etkinliklerinde de kullandıkları ortaya çıkmıştır. Etkinliklerin sonuna doğru öğrencilerin "organize küpler" kavramsallaştırmasına ulaştıkları gözlenmiştir.

Olkun (1999) araştırmanın üçüncü aşamasında, öğrencilerdeki bu kavramsal gelişimin dikdörtgenler prizmaları içindeki birim küp sayılarının bulunması problemlerinde de kullanılıp kullanılmadığını kontrol etmek amacıyla birinci aşamadaki problemleri öğrencilere tekrar sormuştur. Öğrencilerin etkinlikler sonucunda kavram-sal gelişim kaydederek "organize küpler" kavramsallaştırmasına eriştikleri gözlenmiştir.

Bu konuda yapılan araştırmaların sonuçlarını özetleyecek olursak;

a) Öğrencilerin çizimleri, somut prizmalara oranla daha geç anladıkları,
b) Büyük prizmaları daha karmaşık buldukları ve
c) Birim küplerden oluşmuş prizmaların satır, sütun ve katmanlara dayalı düzenli yapısını zihinlerinde oluşturmakta, yani görselleştirmekte zorlandıkları görülmektedir.

Yukarıda sunulan ve özetlenen araştırmaların hepsi yurtdışında yapılmıştır. Türkiye'deki İlköğretim Programı'na bakıldığında hacim kavramı ve hacim formülüne yaklaşımın oldukça sığ ve doğrudan formüle giden bir yol izlediği görülmektedir. Dolayısıyla, öğrencilerin hacim formülünü ve hacim kavramını nasıl anladıklarına ilişkin araştırmaların Türkiye'de de yapılması gerekmektedir. Bu araştırmanın amacı ilköğretim 4–5–6 ve 7. sınıf öğrencilerinin küçük küplerden yapılmış dikdörtgenler prizmaları içindeki birim küp sayılarını bulmaktaki başarılarını ve bunları bulurken hangi stratejileri kullandıklarını incelemektir. Bu amaca ulaşmak için aşağıdaki alt problemlere yanıt aranacaktır.

1) İlköğretim 4–5–6 ve 7. sınıf öğrencileri çizim olarak sunulan birim küplerden yapılmış dikdörtgenler prizmaları içindeki birim küp sayılarını bulmaktaki başarıları nedir?

2) Öğrenciler küp sayılarını bulmakta hangi stratejileri kullanmaktadırlar? Kullanılan stratejiler prizma boyutu ile değişmekte midir?

3) Başarı düzeyi bakımından genel olarak ve sınıf düzeylerine göre kızlar ve erkekler arasında bir farklılık var mıdır?

4) Farklı sosyoekonomik düzeyden seçilen okullar arasında başarı düzeyi bakımından fark var mıdır?

YÖNTEM

Araştırma grubu

Araştırma Bolu ili merkez ilçesinde sosyoekonomik düzeyi alt, orta ve üst-orta düzeyde olan birer ilköğretim okulunda gerçekleştirilmiştir. Sosyoekonomik düzeylerinin okul bazında belirlenmesinde Bolu İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nün beyanı esas alınmıştır. Daha sonra bu beyanlar doğrultusunda seçilen okul müdürlükleriyle görüşülerek sosyoekonomik düzey sıralaması kesinleştirilmiştir. Araştırmanın verileri bu okulların 4–5–6 ve 7. sınıflarının her birinden birer sınıf olmak üzere toplam 314 öğrenciden toplanmıştır.

Ölçme aracı

Öğrencilere çeşitli büyüklüklerde prizmalara ait resimlerin bulunduğu 5 sorudan oluşan prizmalardaki birim küp sayısını bulma soruları yazılı olarak sorulmuştur. Kullanılan prizma boyutları 1x2x2, 2x2x2, 2x2x3, 2x3x4, 3x4x5 olarak alınmıştır. Böylece tek katmandan oluşan basit prizmadan çok katmanlı prizmaya kadar 5 ayrı soru oluşturulmuştur. Bu tür sorular önceki araştırmalarda (Battista & Clements, 1996; Ben-Haim, et. Al., 1985) sıklıkla kullanıldığı için yeniden bir geçerlik ve güvenirlik çalışması yapılmamıştır.

İşlem

Öğrencilere birim küplerden yapılmış prizmaların çizimleri bir kâğıtta yazılı ve çizili olarak sunulmuştur. Öğrencilerden prizmalar içindeki birim küp sayılarını bulmaları ve nasıl bulduklarını yanlarına yazmaları istenmiştir.

Her bir öğrencinin küp sayılarını bulurken nasıl bir strateji izlediğini bulabilmek için öğrencilerin verdikleri yanıtlar hem doğrulukları yönünden hem de yapılan işaretlemeler ve kullanılan işlemler dikkate alınarak incelenmiştir. Bu inceleme sonucu oluşan veri sayısal yöntemlerle analiz edilmiştir. Analizde, Battista & Clements'in (1996) oluşturduğu strateji listesi ve açıklamaları kullanılmıştır (bkz. Tablo 1). Öğrencilerin farklı büyüklükteki prizmalardaki başarı oranları ve kullandıkları stratejileri ve bu stratejilerdeki sınıflara, cinsiyete ve okullara göre değişimler ayrı ayrı tablolaştırılmak suretiyle incelenmiştir.

BULGULAR

Araştırmada bilgi toplanan 3 okulda öğrenci sayıları, 5 sorudan oluşan ölçme aracından elde ettikleri toplam başarı puanların ortalamaları ve standart sapmaları Tablo 2'de sunulmaktadır. Tablo 2'den de görüldüğü gibi alt sosyoekonomik düzeyden üst sosyoekonomik düzeye çıkıldıkça öğrencilerin elde ettikleri toplam puanlarda bir artış olduğu gözlenmektedir. Toplam puanlardaki bu farklılıklara uygulanan tek yönlü varyans analizi gruplar arasında istatistiki olarak anlamlı düzeyde farklılıklar olduğunu ortaya çıkarmıştır, $F(2, 311) = 3.871$, $p<.022$. Post-hoc (Tukey) testi sonucunda alt sosyoekonomik düzeydeki okul ile diğer iki okul arasında istatistiki anlamlı farklılık çıkarken orta ve orta-üst sosyoekonomik düzey okullar arasındaki fark istatistiki olarak anlamlı değildir.

Tablo 2. *Farklı okullardan öğrencilerin toplam puan ortalamaları ve standart sapmaları*

OKUL		N	$\overline{X}$ *	SD
Alt Sosyo Ekonomik Düzey		93	1.62	1.94
Orta Sosyo Ekonomik Düzey		124	2.25	1.89
Üst-orta Sosyo Ekonomik Düzey		97	2.30	1.93
	toplam	314		

*En yüksek puan 5

Katılımcı öğrencilerin sınıf düzeylerine göre sayıları, ortalama puanları ve standart sapmaları Tablo 3'de verilmektedir. Tablo 3'den de görüldüğü gibi 6. sınıflarınki hariç genellikle ortalama puanlar düzenli bir şekilde artmaktadır. Bu verilere uygulanan tek yönlü varyans analizi istatistiki anlamlılığa yaklaştığı için, $F(3, 310)=2.473$ $p>0.06$ Tukey post-hoc testi uygulanmıştır. Test sadece 4 ve 7. sınıfların birbirlerinden istatistiki olarak .05 an-lamlılık düzeyinde farklı olduklarını ortaya çıkarmıştır, diğer sınıflar arası farklılıklar anlamlı istatistiki olarak değildir.

Tablo 3. *Öğrencilerin sınıflara göre ortalama toplam puanları*

SINIF	N	$\overline{X}$ *	SD
4	75	1.65	1.65
5	82	2.18	1.90
6	91	2.01	2.00
7	66	2.52	2.12
TOPLAM	314		

*En yüksek puan 5

Öğrencilerin elde ettikleri toplam puanların cinsiyetlere göre dağılımları Tablo 4'te görülmektedir. Cinsiyete göre yapılan T-testi grup olarak kız ve erkekler arası toplam puanları açısından anlamlı bir farklılık olmadığını göstermiştir. Sınıflar bazında yapılan T-testlerinde ise 4. sınıflar arasında toplam puanlar açısından istatistikî olarak anlamlı düzeyde farklılık olduğu görülmüş üst sınıflara doğru gidildikçe ise bu farkın gittikçe kapandığı hatta 5 ve 6. sınıflarda kızlar lehine döndüğü ortaya çıkmıştır. Ancak bu farklılıklar istatistikî bakımdan anlamlı düzeyde değildir.

Bütün öğrenciler bazında ele alındığında erkek öğrenciler kız öğrencilere göre göreceli olarak daha yüksek bir ortalama elde etmelerine rağmen puanların cinsiyetlere göre istatistikî analizinde ise anlamlı düzeyde farklılık olmadığı ortaya çıkmıştır.

Tablo 4. *Öğrencilerin cinsiyet ve sınıflara göre ortalama toplam puanları*

SINIF	KIZLAR		ERKEKLER		
	N	$\overline{X}$	N	$\overline{X}$	t
4	34	1.15	41	2.07	2.508*
5	39	2.44	43	1.95	1.151
6	37	2.16	54	1.91	0.594
7	33	2,36	33	2,67	0.577
Toplam	143		171		

*P<.05

Katılımcı öğrencilerin her bir prizmadaki birim küp sayılarını doğru bulma sayıları ve yüzdeleri ise Tablo 5'te görülmektedir. Tablo 5'in yakından incelemesinden de görüldüğü gibi prizmaların boyutları büyüdükçe öğrencilerin doğru yapma oranları düzenli bir şekilde düşmektedir.

Tablo 5. *Öğrencilerin her bir prizmada birim küp sayılarını doğru bulma sayıları ve oranları*

PRİZMA	DOĞRU	%	YANLIŞ	%
1x2x2	219	70	95	30
2x2x2	159	51	155	49
2x2x3	111	35	203	65
2x3x4	91	29	223	71
3x4x5	72	23	242	77

Öğrencilerin küp sayılarını bulmakta kullandıkları stratejilerin prizmalara göre dağılımı Tablo 6'da sunulmaktadır. Tablo 6'dan da açıkça görüldüğü gibi prizmaların boyutları arttıkça öğrencilerin kullandıkları hem A hem de B tipi stratejilerde azalma olurken daha ilkel bir strateji türü olan C tipi stratejilerde artma olmaktadır.

Tablo 6. *Öğrencilerin her bir prizmada küp sayısını bulmakta kullandıkları stratejiler*

	STRATEJİLER		
PRİZMA	A tipi	B tipi	C tipi
2x2x2	92	66	156
2x2x3	85	28	201
2x3x4	78	18	218
3x4x5	67	7	240

Yedinci sınıfların her bir soruyu yanıtlama yüzdeleri ve frekansları Tablo 7'de sunulmuştur. Tablo 7'de görüldüğü gibi yedinci sınıfların soruları doğru yapma oranları tek katmanlı prizmada %70 iken bu oran 60 birim küp içeren prizmada %33'lere kadar düşmektedir. Bir diğer deyişle, yedinci sınıfların dahi % 70'e yakın büyük bir bölümü hacim formülünü anlamaya hazır durumda değillerdir.

Ayrıca toplam puanların analizi sonucu tüm öğrencilerin sadece % 22si tüm soruları doğru yanıtlarken % 30.3 gibi önemli bir bölümü hiçbir soruyu doğru yanıtla-yamamışlar, bu öğrenciler 4 birim küpten oluşan bir katmalı prizmadaki birim küp sayısını bile doğru bulamamışlardır. Bir başka açıdan, araştırmaya katılan öğrencilerin yaklaşık % 80'i prizmalardaki üç boyutluluğu ve katmanlara dayalı düzenli yapıyı anlayamaz durumda bulunmuşlardır.

Tablo 7. *Yedinci sınıf öğrencilerin her bir soruyu doğru yanıtlama oranları*

PRİZMA	DOĞRU	%
1x2x2	46	70
2x2x2	39	59
2x2x3	32	49
2x3x4	27	41
3x4x5	22	33

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Araştırmanın bulguları birlikte ele alınıp değerlendirildiğinde bazı çıkarımlarda bulunmak olasıdır. Birincisi; katılımcı öğrenciler, küçük küplerden yapılmış dikdörtgenler prizmalarıyla ilgili olarak literatürde (Battista & Clements, 1996) tanımlanan üç değişik kavramsallaştırmaya uygun stratejiler kullanmışlardır (bkz. Tablo 1). Bunlar; en ilkel düzeyde, yüzeyleri hedef alan kavramsallaştırma olan "bir küme yüzey," biraz daha gelişmiş olarak, birim küpleri hedef alan kavramsallaştırma olan "bir küme küp" ve en ileri düzeyde ise prizmaların katmanlı yapısını özümsemiş öğrencilerin kullandığı "organize küpler" kavramsallaştırmalarıdır. Bu üç tip kavramsallaştırma öğrencilerin bu alandaki gelişim evrelerini sergilemektedir.

Katılımcı öğrenciler yine önceki araştırmalarla (Battista & Clements, 1996; Olkun, 1999) uyumlu olarak basit yapılarda, yani az sayıda küpten oluşan prizmalarda ileri stratejiler kullanırken yapılar zorlaştıkça yani prizmalardaki küp sayıları arttıkça daha ilkel stratejilere doğru yönelmişlerdir. Bunun bir nedeni büyük yapılardan 3 boyutluluğu ve yapısal düzenliliği algılamanın zorluğu olabilir (Olkun, 1999). Zira üçboyutluluğu algılamadan bu prizmaların zihinde doğru olarak yapılandırılması mümkün görülmemektedir. Kullanılan ilkel stratejiler öğrencilerin daha çok hata yapmasına neden olurken gelişmiş stratejiler kullanan öğrencilerin hataları çok daha az düzeyde gerçekleşmiştir. Sınıf düzeyi yükseldikçe öğrenciler daha gelişmiş stratejiler kullanmaya başlamışlar (Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1985) ve dolayısıyla küp sayılarını doğru bulma oranları da artmıştır.

Farklı sosyo ekonomik düzeydeki bölgelerde bulunan okul öğrencileri arasında farklılıklar çıkması öğrencilerin okul dışı bazı oyuncaklarının veya faaliyetlerinin de üç boyutluluğu algılama ve kavramada olumlu bir etkiye sahip olabileceğini ihtimalini düşündürmektedir. Benzer iddialar literatürde de bulunmaktadır (Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1985; Deno, 1994). Bu hipotezi destekleyen bir başka bulgu ise 4. sınıflar arasında kız ve erkek öğrenciler arasında da anlamlı farklılık bulunması ve giderek bu farkın kapanmasıdır. Farkın çıkmasına erkek çocukların oyuncaklarının üç boyutluluk algısını geliştirmeye daha elverişli olması neden olmuş olabilir. Farkın kapanmasının nedeni ise bazı okul etkinliklerinin kızlarda da bir gelişmeye neden olarak farklılığı azaltması olarak açıklanabilir.

Araştırmanın çok önemli bir diğer bulgusu da öğrencilerin büyük bir kısmının 7. sınıfa gelmelerine rağmen hala bir prizmanın içindeki birim küp sayılarını bulamamalarıdır. Prizmaların içindeki birim küp sayılarını katmanlı yapıya dayalı olarak bulamayan öğrenciye hacim formülünün verilmesinin onu ezbere yöneltmekten başka bir işe yaramayacağı söylenebilir (Battista & Clements, 1996; 1998). Bu haliyle hacim formülünün en erken 8. sınıfta verilmesi uygun görünmekle birlikte daha önce verilecek uygun etkinliklerle bunun daha alt sınıflara çekilmesi de mümkün olabilir. Öğrencilerin üç boyutluluk algısını geliştirmek için birim küplerden yapılmış yapılarla ilgili deneyimlerinin artırılması gerekmektedir. Bunun için 4. sınıftan başlayarak hem çizim hem de somut küplerle sınıf içi etkinlikler yapılması gerekli görülmektedir (Olkun, 2003; 2001). Etkinlikler farklı öğrenme hızlarına sahip öğrencilerin yararlana-bilmesine imkân verecek şekilde hem bireysel hem de grup etkinlikleri şeklinde planlanmalıdır.

KAYNAKÇA

Battista, M. T. & Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal of Research in Mathematics Education, 27*(3), 258-292.

Battista, M. T. & Clements, D. H. (1998). Finding the number of cubes in rectangular cube buildings. *Teaching Children Mathematics, 4*(5), 258-64.

Ben-Chaim, D., Lappan, G. and Houang, R. T. (1985). Visualizing rectangular solids made of small cubes: Analyzing and affecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics, 16*(4), 389-409.

Deno, J. A. (1994). The relationship of previous experiences to spatial visualization ability. Engineering Design Graphics Journal 59(3), ss. 5-17.

Empson, S. B. (1995). *Equal sharing and shared meaning: The development of fraction concepts in a first-grade classroom*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Geddes, I. & Fortunato, D. (1993) Geometry: Research and classroom activities. In D. T. Owens (Ed.) *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics*, (199-222), NCTM.

Hirstein, J. J. (1981). The second national assessment in mathematics: Area and volume. *Mathematics Teacher, 74*, 704-708.

Olkun, S. (1999). *Stimulating Children's Understanding of Rectangular Solids Made of Small Cubes*. Yayınlanma-mış doktora tezi, Arizona State University, USA.

Olkun, S. (2001). Öğrencilerin hacim formülünü anlamlandırmalarına yardım edelim. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri 1*(1), 181-190.

Olkun, Sinan. (2003). Measuring volume informally. (In D. H. Clements & G. W. Bright, Eds) *Teaching and Learning Measurement Concepts, NCTM 2003 Yearbook Classroom Companion Booklet*. National Council of Teachers of Mathematics. Reston: VA.